

Modélisation bi-dimensionnelle des étoiles en rotation rapide

Michel Rieutord

avec

F. Espinosa Lara, D. Gagnier, P. Houdayer, A. Hui-Bon-Hoa,
A. Lazzarotto, J. Mombarg, B. Putigny, D. Reese

Colloque du PNPS, 9-11 janvier 2024



Les étoiles :

- horloges de l'Univers
- fabriques à métaux...
- chandelles standard (céphéides, SN, ...)

La compréhension de l'Univers observable repose en grande partie sur notre compréhension des étoiles, dont la structure et l'évolution sont fortement influencés par la rotation.

Les étoiles :

- horloges de l'Univers
- fabriques à métaux...
- chandelles standard (céphéides, SN, ...)

La compréhension de l'Univers observable repose en grande partie sur notre compréhension des étoiles, dont la structure et l'évolution sont fortement influencés par la rotation.

L'importance de la rotation

- 1 La moitié des étoiles A, B et O sont des rotateurs rapides.
- 2 La rotation évolue, comment ? combien ?
- 3 La rotation contribue au mélange interne
- 4 La rotation influence les abondances de surface, le magnétisme...

L'importance de la rotation

- 1 La moitié des étoiles A, B et O sont des rotateurs rapides.
- 2 La rotation évolue, comment ? combien ?
- 3 La rotation contribue au mélange interne
- 4 La rotation influence les abondances de surface, le magnétisme...

L'importance de la rotation

- 1 La moitié des étoiles A, B et O sont des rotateurs rapides.
- 2 La rotation évolue, comment ? combien ?
- 3 La rotation contribue au mélange interne
- 4 La rotation influence les abondances de surface, le magnétisme...

L'importance de la rotation

- 1 La moitié des étoiles A, B et O sont des rotateurs rapides.
- 2 La rotation évolue, comment ? combien ?
- 3 La rotation contribue au mélange interne
- 4 La rotation influence les abondances de surface, le magnétisme...

La rotation : du point de vue de la modélisation

- Elle brise la symétrie sphérique : Effet de Coriolis et de l'aplatissement centrifuge.
- Disparition des solutions statiques

⇒ modèles bi-dimensionnels : symétrie axiale conservée.

The historical steps of 2D-models

- The pioneers : James (1964) and Roxburgh, Griffith & Sweet (1965)
- The American series : Bodenheimer, Jackson, Mark & Ostriker (1968-1973)
- The Canadian series : Clement (1974-1994)
- The Japanese school : Eriguchi (1978-1997)
- The German-Japanese school : Eriguchi-Müller (1985-1993)
- The revival : Roxburgh 2004, Jackson et al. 2005 et Deupree 2011
- The French-Spanish series : Rieutord & Espinosa Lara (2007, 2011, 2013, 2016, 2023 ...)

La première étape pour un modèle 2D

Les modèles ESTER stationnaires

Le modèle décrit une étoile isolée, non-magnétique, dans un état stationnaire.

Les équations du problème

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\phi = 4\pi G\rho \\ \rho T\vec{v} \cdot \vec{\nabla} S = -\text{Div}\vec{F} + \varepsilon_* \\ \rho(2\vec{\Omega}_* \wedge \vec{v} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla}\vec{v}) = -\vec{\nabla}P - \rho\vec{\nabla}(\phi - \frac{1}{2}\Omega_*^2 s^2) + \vec{F}_v \\ \text{Div}(\rho\vec{v}) = 0. \end{array} \right. \quad (1)$$

≡ les équations d'un écoulement de fluide compressible auto-gravitant, avec des réactions nucléaires...

Energy flux

$$\vec{F} = -\chi_r \vec{\nabla} T - \frac{\chi_{\text{turb}} T}{\mathcal{R}_M} \vec{\nabla} S$$

Viscous force

$$\begin{aligned} \vec{F}_v = \mu \vec{\mathcal{F}}_\mu(\vec{v}) = & \mu \left[\Delta \vec{v} + \frac{1}{3} \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) + 2 (\vec{\nabla} \ln \mu \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right. \\ & \left. + \vec{\nabla} \ln \mu \times (\vec{\nabla} \times \vec{v}) - \frac{2}{3} (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) \vec{\nabla} \ln \mu \right]. \end{aligned}$$

or the prescription of the Reynolds stress tensor.

La microphysique

Similaire aux modèles 1D

$$P \equiv P(\rho, T) \quad \text{OPAL}$$

$$\kappa \equiv \kappa(\rho, T) \quad \text{OPAL}$$

$$\varepsilon_* \equiv \varepsilon_*(\rho, T) \quad \text{NACRE}$$

- On pressure

$$P_s = \frac{2}{3} \frac{\bar{g}}{\bar{\kappa}}$$

- On velocity

$$\vec{v} \cdot \vec{n} = 0 \quad \text{and} \quad ([\sigma]\vec{n}) \wedge \vec{n} = \vec{0}$$

- On temperature

$$\vec{n} \cdot \vec{\nabla} T + T/L_T = 0$$

Dernière touche : la vitesse de rotation

Imposée soit par le moment cinétique total,

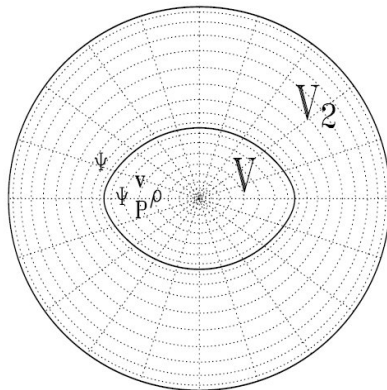
$$\int_{(V)} r \sin \theta \rho u_{\varphi} dV = L$$

soit par la vitesse équatoriale

$$v_{\varphi}(r = R, \theta = \pi/2) = V_{\text{Eq}}$$

Le numérique

Les coordonnées s'adaptent à la forme de l'étoile



Spectrale :

- Polynomes de Chebyshev “radialement”,
- Harmoniques sphériques horizontalement.

⇒ Les solutions sont précises (viriel à 10^{-10}).

The algorithm for iterations

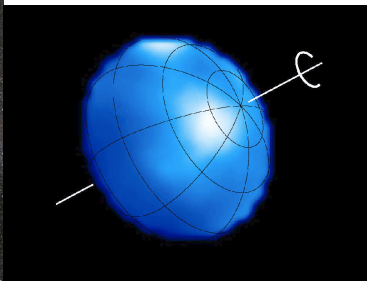
How should we move from an approximate solution \vec{X}_N to a better solution \vec{X}_{N+1} ?

- The fixed point or Picard's algorithm (tested)
- Newton-Raphson algorithm (adopted)

Details in Espinosa Lara & Rieutord (2013) and Rieutord et al. (2016)

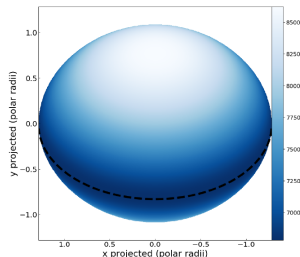
Altair's test case

$d=5.13$ pc, $V_{\text{sin}i} \simeq 210$ km/s, $T_{\text{eff}} 7550\text{K}$, intermediate mass star,



The concordance model of Altair

from Bouchaud et al. 2020



Matching data from interferometry (PIONIER, GRAVITY), spectroscopy (V_{ini}) and seismology (WIRE & MOST), we get the best model of Altair :

$M=1.86M_{\odot}$, flattening= 0.22, age \approx 100 Myrs

The flows

Differential rotation

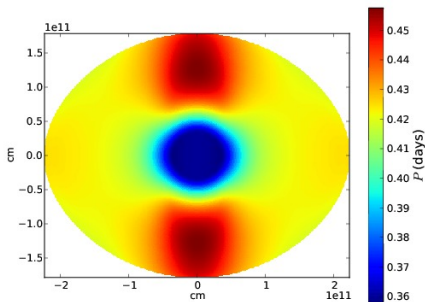


FIGURE — Differential rotation of a $5M_{\odot}$ star with $\Omega = 0.7\Omega_k$.

The flows

Meridional circulation

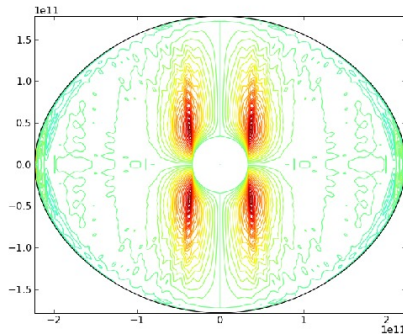
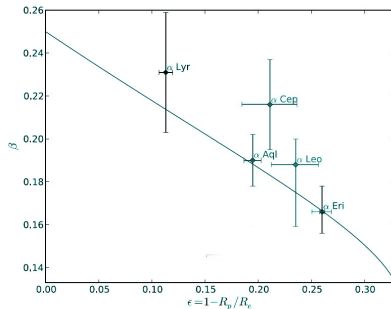
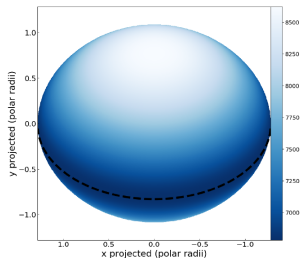


FIGURE – Meridional circulation of a $5M_{\odot}$ star with $\Omega = 0.7\Omega_k$.

Gravity darkening exponent : $T_{\text{eff}} \propto g_{\text{eff}}^{\beta(\omega)}$

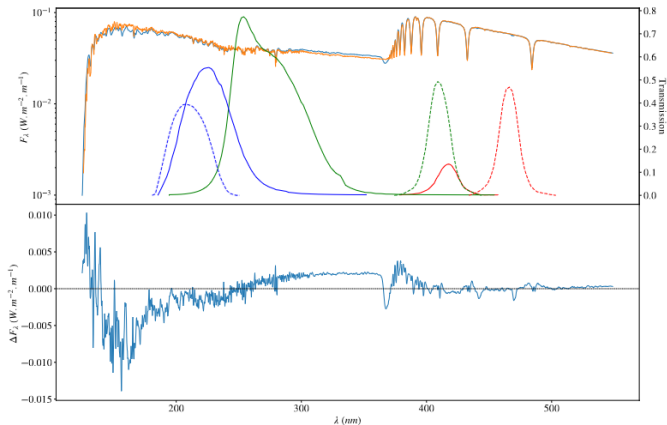
Observations versus models



Domiciano de Souza et al. (2014)

Spectroscopie : le spectre de Vega (ESTER+PHOENIX)

Lazzarotto et al. 2023



Application du GD : retrouver i , ω et M à partir d'indices photométriques.

ESTER-instationnaire résout :

$$\frac{1}{\rho} \nabla P + \nabla \phi - s \Omega^2 \hat{\mathbf{e}}_s = \mathbf{F}_{\text{visc}}^{\text{merid}},$$

$$\frac{\partial s^2 \Omega}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla (s^2 \Omega) = \frac{1}{\rho} \nabla (\rho v s^2 \nabla \Omega).$$

$$\rho T \left(\frac{\partial S}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla S \right) = \nabla \cdot (\chi \nabla T) + \rho \varepsilon,$$

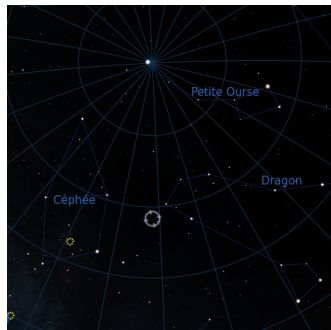
$$\frac{\partial X}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla X = \frac{1}{\rho} \nabla (\rho [D] \nabla X) + \dot{X}_{\text{nuc}},$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0,$$

Actuellement, seul le schéma implicite “Euler-Backward” (ordre 1) a la stabilité requise pour parcourir la séquence principale.

Test on a β Cephei : HD192575

$M \simeq 12 M_{\odot}$, $(\Omega/\Omega_c)_{\text{ini}} = 0.15$



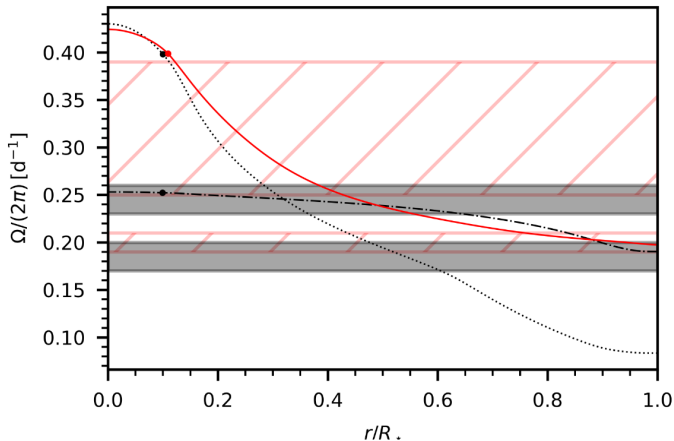
Observée par TESS, Burssens+2023 en donne une analyse sismologique très précise.

Un modèle ESTER peut-il rendre compte de ces données mieux qu'un modèle MESA 1D ?

Oui en particulier sur le profil de rotation (Mombarg et al 2023).

Profil de rotation de HD192575

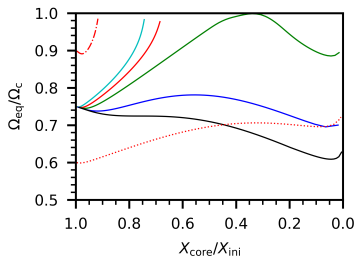
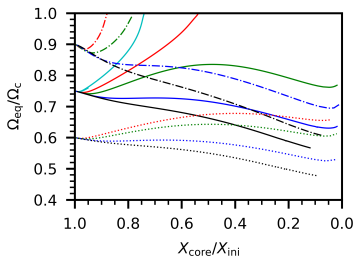
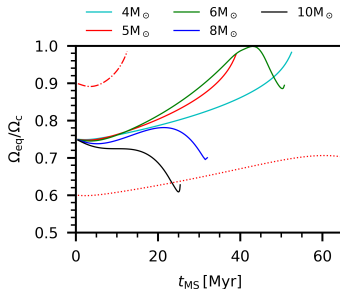
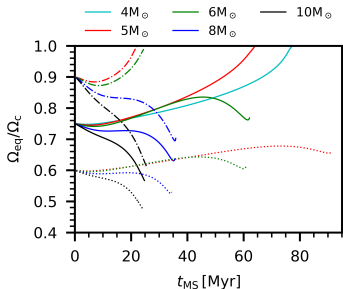
Modèle versus observation



from Mombarg, Rieutord & Espinosa Lara (2023)

Evolution vers la rotation critique

from Mombarg, Rieutord & Espinosa Lara (2024)



Milky
Way

SMC

Conclusions : ESTER et les modèles 2D

- Les modèles ESTER 2D ont prouvé leur réalisme par comparaison aux données issues de l'interférométrie, la sismologie et la spectroscopie.
- L'évolution temporelle en 2D est maintenant une réalité

Premier résultats :

- Comparaison réussie sur l'étoile HD192575 de $12M_{\odot}$,
- La quasi-stationnarité n'existe pas au delà de $8M_{\odot}$,
- On peut expliquer la dépendance du phénomène Be avec la métallicité (SMC versus Galaxie).

Conclusions : ESTER et les modèles 2D

- Les modèles ESTER 2D ont prouvé leur réalisme par comparaison aux données issues de l'interférométrie, la sismologie et la spectroscopie.
- L'évolution temporelle en 2D est maintenant une réalité

Premier résultats :

- Comparaison réussie sur l'étoile HD192575 de $12M_{\odot}$,
- La quasi-stationnarité n'existe pas au delà de $8M_{\odot}$,
- On peut expliquer la dépendance du phénomène Be avec la métallicité (SMC versus Galaxie).

- Numérique : le code ESTER va être amélioré en performance et souplesse. \Rightarrow ERC – 4D-STAR (Matt Gent's job)
- Actuellement limité à $M \gtrsim 1.8M_{\odot}$, on s'attaque aux enveloppes convectives \Rightarrow ERC – 4D-STAR (Pierre Houdayer's job)
- Couplage avec le code d'atmosphère PHOENIX (P. Hauschildt, A. Hui-Bon-Hoa)
- Couplage avec le code sismologie 2D TOP (D. Reese)

Grand potentiel en photométrie, spectroscopie, sismologie et interférométrie

- Numérique : le code ESTER va être amélioré en performance et souplesse. \Rightarrow ERC – 4D-STAR (Matt Gent's job)
- Actuellement limité à $M \gtrsim 1.8M_{\odot}$, on s'attaque aux enveloppes convectives \Rightarrow ERC – 4D-STAR (Pierre Houdayer's job)
- Couplage avec le code d'atmosphère PHOENIX (P. Hauschildt, A. Hui-Bon-Hoa)
- Couplage avec le code sismologie 2D TOP (D. Reese)

Grand potentiel en photométrie, spectroscopie, sismologie et interférométrie

- Numérique : le code ESTER va être amélioré en performance et souplesse. \Rightarrow ERC – 4D-STAR (Matt Gent's job)
- Actuellement limité à $M \gtrsim 1.8M_{\odot}$, on s'attaque aux enveloppes convectives \Rightarrow ERC – 4D-STAR (Pierre Houdayer's job)
- Couplage avec le code d'atmosphère PHOENIX (P. Hauschildt, A. Hui-Bon-Hoa)
- Couplage avec le code sismologie 2D TOP (D. Reese)

Grand potentiel en photométrie, spectroscopie, sismologie et interférométrie

- Numérique : le code ESTER va être amélioré en performance et souplesse. \Rightarrow ERC – 4D-STAR (Matt Gent's job)
- Actuellement limité à $M \gtrsim 1.8M_{\odot}$, on s'attaque aux enveloppes convectives \Rightarrow ERC – 4D-STAR (Pierre Houdayer's job)
- Couplage avec le code d'atmosphère PHOENIX (P. Hauschildt, A. Hui-Bon-Hoa)
- Couplage avec le code sismologie 2D TOP (D. Reese)


Grand potentiel en photométrie, spectroscopie, sismologie et interférométrie

- Numérique : le code ESTER va être amélioré en performance et souplesse. \Rightarrow ERC – 4D-STAR (Matt Gent's job)
- Actuellement limité à $M \gtrsim 1.8M_{\odot}$, on s'attaque aux enveloppes convectives \Rightarrow ERC – 4D-STAR (Pierre Houdayer's job)
- Couplage avec le code d'atmosphère PHOENIX (P. Hauschildt, A. Hui-Bon-Hoa)
- Couplage avec le code sismologie 2D TOP (D. Reese)

Grand potentiel en photométrie, spectroscopie, sismologie et interférométrie




ESTER : The Code

ESTER website : <http://ester-project.github.io/ester/>

[View on GitHub](#) 

ESTER

Evolution STEllaire en Rotation

Project Description

The ambition of this project is to set out a two-dimensional stellar evolution code, which fully takes into account the effects of rotation, at any rate and in a self-consistent way.

The difficult, but important point is that rotating stars are spheroidal and are never in hydrostatic equilibrium. They are pervaded by flows everywhere, even in the stably stratified radiative regions. These flows are essentially convective flows in thermally unstable regions (convection zones) and baroclinic flows in the radiative regions. These latter flows are grosso modo a differential rotation and a meridional circulation, with likely